

수학 및 연습 2 (009-030) 중간고사

2002년 10월 26일 오후 1시 - 3시

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오(총점 200점).

1.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y \sqrt{x^2 + y^2}}{x^4 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(a) (10점) $f(x, y)$ 는 원점에서 연속인가?

(b) (10점) $D_1 f(0, 0)$ 와 $D_2 f(0, 0)$ 를 구하시오.

(c) (10점) 원점에서 $f(x, y)$ 의 미분가능성을 조사하시오.

2. (20점) 곡면 $2y - z^3 - 3xz = 2$ 위의 점 $(1, 8, 2)$ 에서 접평면을 구하여라.

3. (20점) 함수 $g(x) = \int_{\sin x}^{e^x} \sqrt{1 + y^3} dy$ 에서 $\frac{dg}{dx}(0)$ 를 구하여라.

4. (10점) 함수 $F(x, y) = (xy, \sin x, x^2 y)$ 의 야코비 행렬 $F'(x, y)$ 를 구하여라.

5. (20점) 다음 두 곡면의 교선상의 주어진 점 P 에서 이 교선에 대한 접선의 방정식을 구하여라.

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4 \quad \text{와} \quad x^3 - 2y^2 + z^2 = 3, \quad P = (1, 1, 2).$$

6. (20점) 다음 다변수 벡터함수 $F(x, y)$ 에서 야코비 행렬식 $\det F'(1, 1)$ 를 구체적으로 구하시오.

$$F(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y)),$$

$$\text{여기서 } f_1(x, y) = \int_1^{\pi} \frac{\cos(ux)}{u} du, \quad f_2(x, y) = \int_1^{\pi} \frac{\sin(vy)}{v} dv \text{이다.}$$

7. (20점) $f(x, y) = x^2 y + 1$ 일 때, 이 함수의 테일러 급수를 $(x-2)$ 와 $(y-2)$ 의 멱급수로 표현하시오.

8. (20점) 함수 $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y$ 의 극대점, 극소점, 안장점을 구하여라.

9. (20점) 평면 $x + 2y + z = 2$ 에서 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 의 최소값을 구하여라.

10. (20점) 원점에서 곡면 $z = xy + 1$ 까지의 최단거리를 구하시오.