4. $f(x,y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$

$f(x,y)$의 기울기 함수는 $\operatorname{grad} f(x,y) = (3-3x^2, -4y+4y^3)$

이므로 $f(x,y)$의 임계점은

$$\operatorname{grad} f(x,y) = (3-3x^2, -4y+4y^3) = (0,0)$$

을 만족시키는 점이다. 즉,

$(1,0)$, $(1,1)$, $(1,-1)$

$(-1,0)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$

+4점

이다. 그리고 그것의 헤세 행렬이 $f''(x,y) = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 12y^2-4 \end{pmatrix}$ 이므로 +4점

① $(1,0)$ 일때 $f''(1,0) = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ 즉, $-6<0$, $\det f''(1,0) = 24 > 0$ 극대점.

② $(-1,0)$ 〃 $f''(-1,0) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ 즉, $\det f''(-1,0) = -24 < 0$ 안장점.

③ $(1,1)$ 〃 $f''(1,1) = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 〃 $\det f''(1,1) = -48 < 0$ 안장점.

④ $(-1,1)$ 〃 $f''(-1,1) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 〃 $6>0$, $\det f''(-1,1) = 48 > 0$ 극소점

⑤ $(1,-1)$ 〃 $f''(1,-1) = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 〃 $\det f''(1,-1) = -48 < 0$ 안장점

⑥ $(-1,-1)$ 〃 $f''(-1,-1) = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 〃 $6>0$, $\det f''(-1,-1) = 48 > 0$ 극소점

+2×6=12점

채점기준

- 임계점을 모두 구하지 않으면 임계점 점수는 0점이다.
- 헤세 행렬이 틀리면 임계점 점수 이외에는 모두 0점.
- 헤세 판정법 점수는 임계점 각각 마다 2점이다.
  (헤세 판정법은 제대로 적용해야 점수 있음.)