

수학 및 연습 2 중간고사

(2008년 7월 9일 11:00 - 13:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1 (20점). 직원뿔의 반지름 r 은 3 cm/sec 로 증가하고 높이 h 는 5 cm/sec 로 증가한다. $r=15$ cm 이고 $h=25$ cm 일때, 부피의 증가율을 구하여라.

문제 2 (20점). $F(x, y, z) = (2xy, x^2 + ze^y, e^y + 2z)$ 에 대하여

- 1) 벡터장 F 의 잠재함수를 구하여라.
- 2) $P = (1, 0, 0)$ 에서 야코비 행렬 $F'(P)$ 를 구하여라.

문제 3 (20점). 아래 함수 f 의 원점 $(0, 0)$ 에서 연속성을 조사하시오.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} \sqrt{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

문제 4 (20점). 평평한 금속판 위에서 전압분포가 아래와 같다.

$$V(x, y) = 50 + ax^2 - by^2$$

- 1) 점 $(1, -2)$ 에서 전압이 가장 빨리 증가하는 방향이 $\mathbf{v} = -2\mathbf{i} + 16\mathbf{j}$ 와 평행할 때, a 와 b 의 관계식을 구하여라.
- 2) 1) 의 관계식이 성립하고 $V(1, -2) = 33$ 일때, $(1, -2)$ 에서 가장 빨리 감소하는 방향(단위벡터)과 그 방향으로의 변화율을 구하여라.

문제 5 (20점). $f(u, v)$ 가 미분가능하고 $w = f(x - y, y - x)$ 일때, $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0$ 임을 보여라.

문제 6 (40점). 다음 적분값을 구하시오.

- 1) $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
단, $\mathbf{F}(x, y) = (x^2, y^2)$ 이고 X 는 곡선 $y^3 = 8x^2$ 의 $(0, 0)$ 에서 $(1, 2)$ 까지이다.

- 2) $\int_X x^2 y dx + xy^3 dy$
단, X 는 $(-1, 1)$ 에서 $(2, 1)$, $(2, 1)$ 에서 $(2, 5)$ 까지의 꺾인선이다.

- 3) $\int_X \mathbf{a} \cdot d\mathbf{s}$ 단,

$$\mathbf{a}(x, y) = \frac{(-y, x)}{x^2 + y^2}$$

이고, X 는 극방정식

$$r = \frac{1}{\theta}, \quad \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{2}$$

으로 주어지는 평면상의 곡선이다.

- 4) $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
단, $\mathbf{F}(x, y) = (2xy, x^2 + 1)$ 이고 $X(t) = (\cos 2t, \sin 2t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$ 이다.

문제 7 (20점). 공간의 점 $(0, 0, 1)$ 에서 곡면 $z = 2x^2 + 3y^2$ 에 이르는 거리를 라그랑주 승수법을 사용하여 구하여라.

문제 8 (20점). 함수 $f(x, y) = e^x \log(1 + y)$ 의 원점에서 2차 근사다항식을 구하여라.

문제 9 (20점). 함수 $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y$ 의 극대점, 극소점, 안장점을 구하여라.