

수학 및 연습 2 (009-030) 기말고사

2002년 12월 14일 오후 1시 - 3시

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오(총점 200점).

1. (30점) 다음 반복적분의 값을 구하라.

(a) $\int_0^1 \int_y^1 e^{-x^2} dx dy$

(b) $\int_1^5 \int_0^y \frac{3xdy}{x^2 + y^2}$

2. (30점)

(a) 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (2xye^{x^2y} + 3x^2, x^2e^{x^2y} + \cos y)$ 의 잠재함수 $\varphi(x, y)$ 를 구하라.

(b) 적분 $\int_X (2xye^{x^2y} + 3x^2)dx + (x^2e^{x^2y} + \cos y)dy$ 를 구하라. 여기서 X 는 곡선 $y = x^2$ 위의 $(0, 0)$ 에서 $(2, 4)$ 까지의 부분이다.

3. (20점) 좌표공간에서 다음 영역의 부피를 구하라.

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}\}$$

4. (20점) 곡선 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하라.

5. (20점) C 가 $x = 0, y = 0, x + y = 1$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레를 시계 반대 방향으로 한바퀴 도는 곡선이라 할 때, 다음 적분을 구하라.

$$\int_C (x^2 + y^2)dx - 2xydy$$

6. (20점) 다음 곡면의 넓이를 구하라.

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 \leq 2x, z \geq 0\}$$

7. (20점) 공간의 영역 $R = \{(x, y, z) | 1 \leq 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 \leq 4\}$ 에 대해

$$\iiint_R \frac{z^2 dx dy dz}{(4x^2 + 9y^2 + 16z^2)^3}$$

를 구하라.

8. (20점) 다음 면적분의 값을 구하라.

$$\iint_X 3(x^2 + y + z) dS, \quad S = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

(계산상의 편의를 위하여 발산정리를 이용하여도 된다.)

9. (20점) 포물면 $z = x^2 + y^2 - 4$ ($-4 \leq z \leq 0$)을 벡터장 $\mathbf{A}(X) = \frac{X}{|X|^3}$ 가 빠져나가는 양을 구하라.