

수학 1 중간고사
(2021년 7월 9일 18:00-20:00)

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

(연습용 여백)

문제 1 [10점] 다음 급수가 수렴하는 양수 s 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s + sn}$$

문제 2 [20점] 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\sin \frac{1}{n^2}} \sin \left(\sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ 의 수렴·발산을 판정하시오.

(b) (10점) 적분 $\int_{2021}^{\infty} \frac{\log x}{e^x} dx$ 의 수렴·발산을 판정하시오.

문제 3 [20점] 다음 급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\log n)}$

(b) (10점) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$

문제 4 [15점] 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)}$$

문제 5 [10점] 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\arcsin x}$$

| | |
|-----|-----|
| 학번: | 이름: |
|-----|-----|

문제 6 [10점] 다음 물음에 답하시오.

(연습용 여백)

(a) (5점) $\frac{d}{dx}(\tanh x) = \frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$ 임을 보이시오.

(b) (5점) $\frac{d}{dy}(\tanh^{-1} y) = \frac{1}{1 - y^2}$ 임을 보이시오.

문제 7 [15점] 원주율 π 에 대하여 $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ 의 근사값을 오차 $1/10^3$ 이내의 유리수로 구하시오. (근삿값을 급수의 부분합으로 나타내면 충분하다.)

문제 8 [20점] $f(x) = \sin(x^2)$ 의 $x = \sqrt{\pi}$ 에서의 2차 근사다항식을 이용하여 $f\left(\sqrt{\pi} + \frac{1}{100}\right)$ 의 근사값을 구하고, 오차가 $\frac{1}{60000}$ 을 넘지 않음을 보이시오. (단, $\sqrt{\pi} < \frac{199}{100}$)

문제 9 [15점] 함수 $f(x) = e^x + x + \sin x$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 역함수 $g(y)$ 가 실수 전체에서 정의됨을 보이고, $y = 1$ 에서 $g(y)$ 의 2차 근사다항식을 구하시오.

문제 10 [15점] 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 로그와선 $r = e^\theta$, ($\theta \geq 0$) 과 양의 x 축의 교점의 x 좌표를 작은순서로 a_0, a_1, a_2, \dots 라 할 때, 거듭제곱급수 함수

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$$

에 대하여 $\log f(2)$ 의 값을 구하시오.

(b) (5점) 구면좌표계로 두 방정식 $\rho = 1, \varphi = \theta$ 를 만족하는 점들의 집합은 공간 속의 어떤 곡선이다. 이 곡선을 xy -평면에 정사영시킨 곡선을 극좌표계 방정식으로 표현하시오.