

수학 및 연습 1 중간고사

(2016년 7월 8일 11:00-13:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

문제 1. [30점] 다음 각 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log n}$

(b) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{2n^3}$

(c) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{1}{n}$

문제 2. [15점] 거듭제곱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} h_n x^n$ 이 수렴하는 x 의 범위를 구하시오. (단 $h_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$)

문제 3. [15점] 다음 무한급수의 값을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{2n} + \frac{(\log 2)^{2n}}{(2n)!} \right)$$

문제 4. [15점] 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x) = 2x + \sin x$ 의 역함수 $x = g(y)$ 가 존재함을 보이고, $y = 0$ 에서의 이차 근사다항식 $T_2g(y)$ 를 구하시오.

문제 5. [15점] 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$$

문제 6. [15점] 다음 적분의 근삿값을 오차가 10^{-6} 보다 작도록 구하시오.

$$\int_0^{0.1} \frac{\arctan x}{x} dx$$

문제 7. [15점] 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x} \log \left(\frac{1}{1+x} \right)$ 의 원점에서의 3차 근사다항식을 구하시오.

문제 8. [15점] 극좌표계로 주어진 두 곡선

$$r = 1 + \cos \theta, \quad r = 1 - \sin \theta$$

의 개형을 하나의 좌표평면 위에 그리고, 두 곡선의 모든 교점을 구하시오.

문제 9. [15점] 구면좌표계 (ρ, φ, θ) 에서 다음과 같이 주어진 곡면의 겹넓이를 구하시오.

$$\rho = 4 \cos \varphi$$