

수학 및 연습 1 중간고사
(2016년 4월 23일 오후 1:00-3:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

문제 1. [15점] 다음 각 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

- (a) (8점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log(n!)}$
- (b) (7점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^3}$

문제 2. [15점] $a_n := \int_{2n-1}^{2n+1} \frac{\cos \frac{\pi}{2}x}{x} dx$ 로 정의되는 수열 (a_n) 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴함을 보이시오.

문제 3. [15점] 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

- (a) (7점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^2} x^n$
- (b) (8점) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x-1)^n}{4^n \log n}$

문제 4. [15점] 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n(n-1)}$$

문제 5. [15점] 거듭제곱급수로 주어진 함수

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} \quad (|x| < 1)$$

에 대하여 $y = f(x)$ 는 역함수 $x = g(y)$ 가 존재함을 보이고, $y = \frac{\pi}{6}$ 에서 $g(y)$ 의 일차 근사다항식 $T_1^{\frac{\pi}{6}} g(y)$ 를 구하시오.

문제 6. [15점] 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \searrow 0} (x^2 + x + \sin x)^{\frac{1}{\log x}}$$

문제 7. [15점] $x = \frac{1}{2}$ 에서 $f(x)$ 의 3차 근사다항식 $T_3^{\frac{1}{2}} f(x)$ 를 구하시오.

$$f(x) = \frac{\arctan\left(x - \frac{1}{2}\right)}{3 - 2x}$$

문제 8. [15점] 다음 적분값의 근사값을 2차 테일러 전개를 이용하여 오차가 $\frac{1}{3000}$ 을 넘지 않도록 구하시오.

$$\int_0^{\frac{1}{10}} \sqrt{1+t+t^3} dt$$

문제 9. [15점] $\sin^2 0.1$ 의 값을 오차의 범위가 10^{-6} 이하가 되도록 구하시오.

문제 10. [15점] 다음 물음에 답하시오.

- (a) (10점) 극좌표 $\left(4, \frac{\pi}{6}\right)$ 로 주어진 점 A 와 극좌표계에서 $r = \frac{1}{1 - \cos \theta}$ 로 표현되는 곡선 위를 움직이는 점 P 가 있다. 좌표평면의 원점을 O 라 할 때, 삼각형 APO 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하시오.
- (b) (5점) 구면좌표계에서 식 $\rho = 2 \cos \varphi$ 와 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 로 표현되는 두 곡면으로 둘러싸인 영역 중 직교좌표계로 표현된 점 $(0, 0, 1)$ 을 포함하는 영역의 부피를 구하시오.