

수학 및 연습 1 기말고사

2007년 6월 9일 13시 – 15시

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오(총점 200점).

- (10점) 두 벡터 $(1, -1, 1)$ 과 $(-2, 1, -1)$ 이 만드는 평행사변형을 xy -평면으로 정사영한 것의 넓이를 구하여라.
- 사상 $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 은 $L(x, y, z) = (x + 2y, 2y - z, x - 3z)$ 로 정의되어 있다.
 - (15점) L 이 선형사상임을 보이고, 이에 대응하는 행렬 A 를 구하여라.
 - (15점) 세 벡터 $L(1, 0, 0)$, $L(0, 1, 0)$, $L(0, 0, 1)$ 이 이루는 평행육면체의 부피를 구하여라.
- (15점) y -축 주위로 일정한 각속력 10 으로 회전하는 동점을 생각하자. 이 동점이 점 $(5, 3, -3)$ 을 지나는 순간의 속력을 구하여라.
- 실수 t 에 대하여 곡선 $X(t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$X(t) = (\sqrt{2} t, \sqrt{2} t, 1 - t^2)$$

- (10점) $t = 0$ 에서 접선의 식을 구하여라.
- (15점) $t = 0$ 에서 접촉평면의 식을 구하여라.
- (15점) 점 $(0, 0, 1)$ 에서 점 $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ 까지 곡선 $X(t)$ 의 길이를 구하여라.

5. (20점) 두 곡선 $r = 2(1 + \cos \theta)$ 와 $r = 2 \cos \theta$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하여라.

6. (20점) 사이클로이드 $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) 의 중심을 구하여라.

7. (20점) 다음과 같이 주어지는 곡면 S 의 면적을 구하여라.

$$S = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq (x-1)^2 + y^2\}, \quad \text{도움그림:}$$

8. 삼차원 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 평면 $x + y + z = 0$ 의 교집합을 C 라고 하자.

(a) (10점) 평면 $x + y + z = 0$ 위의 서로 수직인 두 개의 단위벡터를 찾아라.

(b) (15점) 곡선의 단위길이당 질량을 표현하는 밀도함수가 $f(x, y, z) = x^2$ 으로 주어져 있을 때
곡선 C 의 질량을 구하여라.

9. (20점) 좌표평면 위의 점 $(1, 0)$ 에서 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 의 접촉원과 곡률을 구하여라.