

계절수업 수학 및 연습 1 (004-013)

기말고사

2002년 7월 26일 11시-13시

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오(총점 200점).

1. 극좌표계로 표현된 다음 곡선의 개형을 그려라.

(a) (15점) $r = 1 - \sin 3\theta$

(b) (15점) $r^2 = 4 \cos \theta$

2. (20점) 주어진 양수 R 에 대하여 극좌표계에서 식 $r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{8}\right) = 2R$ 과 $r = R \sin 4\theta$ 로 표현되는 두 도형의 최소거리를 구하여라.

3. (a) (20점) 극좌표계에서 두 영역 $r \leq 1$ 과 $r \geq 1 - \cos \theta$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하여라.

(b) (20점) 극좌표계에서 두 곡선 $r = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin \theta}$ 와 $r = \tan \theta$ (단, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$)로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하여라.

4. (20점) 삼차원 좌표공간 안에 있는 곡면 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ 위에 있는 점 (x, y, z) 에 대하여 $x + y + z$ 의 최대값을 구하여라.

5. 삼차원 좌표공간에서 평면 $x + 2y + 3z = 0$ 으로의 정사영을 나타내는 선형사상을 T 라고 하자.

(a) (20점) 점 $P = (a, b, c)$ 의 T 에 의한 상을 구하여라.

(b) (15점) T 에 대응하는 행렬 A 를 구하여라.

(c) (15점) $A^{2002} - I$ 의 행렬식을 구하여라. 단, I 는 3×3 단위행렬이다.

6. 곡선 $X(t) = (\cos 4t)\mathbf{i} + (\sin 4t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)에 대하여 다음 질문에 답하여라.

(a) (20점) 곡선 $X(t)$ 의 길이를 구하여라.

(b) (20점) 곡선 $X(t)$ 의 무게중심을 구하여라.