

# 수학 및 연습 1 기말고사

(2009년 7월 27일 11:00-13:00)

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1 (20점). 다음 물음에 답하여라

- (a) 두 평면  $x + y + z = 1$  과  $x - 2y + 3z = 1$  사이의 각을 구하여라.
- (b) 이들 두 평면의 교집합을  $L$  이라고 할 때, 직선  $L$  의 방정식을 구하여라.

문제 2 (20점). 다음 벡터들이 일차독립인지 일차종속인지 판별하여라.

- (a)  $(1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8), (9, 10, 11, 12), (13, 14, 15, 16)$
- (b)  $(1, 2, 1), (2, 5, 3), (8, 2, 5)$

문제 3 (20점). 함수  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  를 다음과 같이 정의하자.

$$T(x, y, z) := \det \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- (a)  $T$  는 선형사상임을 보여라.
- (b)  $T$  에 대응되는 행렬을 구하여라.

문제 4 (20점). 다음 행렬의 행렬식을 구하고 그 식을 인수분해 하여라.

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

문제 5 (25점).  $a, b, c$  는 서로 다른 세 실수이고,  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  은

$$L(x, y, z) := (x + y + z, ax + by + cz, a^2x + b^2y + c^2z)$$

로 정의된 함수라 하자. 점  $A(1, 0, -1), B(2, 1, 0), C(3, 4, 5), D(1, 2, 1)$  에 대하여, 선분  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  를 이웃하는 세 변으로 갖는 평행육면체를  $P$  라 할 때,  $L(P)$  의 부피를 구하여라.

문제 6 (20점). 북위 30도, 동경 135도 지점에서 같은 위도를 갖는 지구 반대편 지점까지 비행기로 이동하려고 한다. 지구는 반지름 6400km 의 구형이라 가정하고 다음 물음에 답하여라.

- (a) 항로가 북위 30 도선을 따라 설계될 경우 비행하게 될 거리를 구하여라.
- (b) 두 지점을 잇는 최단거리를 구하여라.

문제 7 (25점). 곡선

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1, x \geq 0, y \geq 0$$

의 중심을 구하여라.

문제 8 (20점). 함수선  $y = \frac{1}{2} \cosh 2x$  의 점  $(0, \frac{1}{2})$  에서의 곡률과 접촉원의 방정식을 구하여라.

문제 9 (30점). 다음 물음에 답하라.

- (a) 극좌표로 주어진 곡선  $r = 3 \sin \theta$  의 내부이면서  $r = 1 + \sin \theta$  의 외부인 영역의 넓이를 구하여라.
- (b) (a)에서 주어진 두 곡선의 제일사분면 위에 있는 교점에서 각 곡선의 접선들이 이루는 각을  $\theta$  라고 할 때,  $\cos \theta$  를 구하여라.