

수학 및 연습 1 (009-030) 기말고사

2003년 6월 14일 오후 1시 – 3시

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오(총점 200점).

1. (20점) 점 $(3, 2, 1)$ 의 평면

$$x + y - z = 0$$

에 대한 대칭점을 구하여라.

2. (25점) 다음에 주어진 세 벡터가 일차독립인지 종속인지 판별하여라.

$$(1, 2, -3), \quad (-3, 2, 1), \quad (2, -1, -1)$$

3. (25점) 삼차원 공간에서 벡터 $(1, 2, 3)$ 에 대한 정사영을 나타내는 행렬을 구하여라.

4. (20점) 공간상의 네 점 $O(0, 0, 0)$, $P(2, 4, 6)$, $Q(-1, 2, 7)$, $R(0, 1, 6)$ 이 이루는 사면체 $OPQR$ 의 부피를 구하여라.

5. (30점) 실수 t 에 대하여 곡선 $X(t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$X(t) := (t \sin t, t \cos t, t^2)$$

(a) $t = 0$ 에서의 접선을 구하여라.

(b) $t = 0$ 에서의 접촉평면을 구하여라.

6. (a) (15점) 정규곡선 $X(t)$ 의 가속도벡터가 속도벡터에 항상 수직이면 속력이 일정한 곡선임을 보여라.

(b) (15점) 정규곡선 $X(t)$ 의 가속도벡터가 속도벡터와 항상 나란하면, 이 곡선은 직선임을 보여라.

7. (30점) 직교좌표에서 방정식 $3y^2 = 2x^3 + x^2$ 에 의하여 주어진 곡선 X 에 대하여

(a) 곡선 X 를 매개화하여라.

(b) 곡선 $X(x \leq 1)$ 의 길이를 구하여라.

8. (20점) 극좌표계에서 다음 식으로 주어진 영역을 도시하고 그 영역의 넓이를 구하여라.

$$2 \leq r \leq 1 + 2 \cos \theta$$