

수학 및 연습 1 기말고사  
2005년 6월 11일  
학번 :                      이름 :

1. (가)[10점] 가역행렬의 정의를 기술하라.  
(나)[10점]  $A$ 가 가역행렬이면  $A^t$ 도 가역행렬이고,  $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ 임을 증명하라.

2.  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$  일 때 다음 질문에 답하라.

(가)[10점]  $\det A$ 를 구하라.

(나)[10점]  $a + b + c = 0$ 이면,  $\det A = 0$ 임을 보이라.

3.[20점] 조건

$$L(1, 0) = (1, 1), \quad L(0, 1) = (1, -1)$$

을 만족하는 선형사상  $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 이 유일하게 존재함을 보이라.

4.[15점] 치환  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 의 부호는 얼마인가?

5.[15점]  $\det \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix} = abcd$ 임을 보이라.

6.[30점] 아래 곡선의 길이와 중심을 구하라.

$$y = \frac{1}{2}x^2, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

7.[20점] 곡선  $X(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, t)$  위의 점  $(1, 0, 0)$ 에서 접축평면을 구하라.

8.[20점] 극좌표계에서 아래와 같이 주어진 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하라.

$$r = \sin 2\theta \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

9.[20점] 극좌표계에서  $r = \sin \theta$ 로 주어진 곡선의 곡률을 구하라.

10.[20점] 이급 정규곡선  $X(t)$ 가 모든  $t$ 에 대해서  $|X(t)| = 1$ 을 만족하면 이 곡선의 곡률은 언제나 1 이상임을 증명하라.