

Quiz 3 (11월 6일 수 7, 8교시)

[2013년 2학기 수학 및 연습 2]  
(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

\* 답안지에 학번과 이름을 쓰고 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (7점)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\sin \theta}^1 4r^2 e^{r^4} \cos \theta \, dr d\theta$  를 구하시오

2. (6점) 영역  $D := \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$  에서의 벡터함수

$$G : D \rightarrow D$$
$$(x, y) \mapsto (x(x^2 - 3y^2), -y(y^2 - 3x^2))$$

에 대하여, 다음을 보이시오.

$$\iint_D \det(G'(x, y)) \, dx dy = 3 \text{area}(D)$$

3. (7점) 영역  $D := \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$  에서 정의된 벡터장  $\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{y}{x^2}, 80x^3y^2 \right)$  가 이 영역을 빠져나가는 양의 순간변화율을 구하시오.

### Quiz 3 모범답안 및 채점기준 예시

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\sin \theta}^1 4r^2 \cos \theta e^{r^4} dr d\theta = \int_0^1 \int_0^{\arcsin r} 4r^2 e^{r^4} \cos \theta d\theta dr \quad (4\text{점})$$

$$= \int_0^1 4r^3 e^{r^4} dr = e^{r^4} \Big|_0^1 = e - 1. \quad (7\text{점})$$

$$2. \iint_D \det(G'(x, y)) dx dy = \iint_D 9(x^2 + y^2)^2 dx dy \quad (3\text{점})$$

$$= 9 \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^4 \cdot r dr d\theta = 9 \times 2\pi \times \frac{1}{6} = 3\pi. \quad (6\text{점})$$

$$3. \int_{\partial D} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds = \iint_D \operatorname{div} \mathbf{F}(x, y) dx dy \quad (2\text{점})$$

$$= \iint_D \left( -\frac{2y}{x^3} + 160x^3y \right) dx dy$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_1^2 \left( -\frac{2 \sin \theta}{r^2 \cos^3 \theta} + 160r^4 \cos^3 \theta \sin \theta \right) r dr d\theta \quad (4\text{점})$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-2 \log 2 \tan \theta \sec^2 \theta + 1680 \cos^3 \theta \sin \theta) d\theta$$

$$= 315 - \log 2. \quad (7\text{점})$$