

Quiz 3 (11월 11일 월 7, 8 교시)

[2013년 2학기 수학 및 연습 2]
(시간은 20분이고, 20점 만점입니다)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성시 풀이과정을 명시하시오.

1. (7점) 다음 반복적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_y^1 x^2 e^{xy} dx dy$$

2. (7점) 영역 $R := \{(x, y, z) : x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + z^2 \leq \frac{1}{4}, z > 0\}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

$$\iiint_R \frac{8z}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$

3. (6점) 다음 물음에 답하시오.

- (a) (3점) 다음 타원체의 부피가 8π 가 되게하는 양수 c 를 구하여라.

$$(x-1)^2 + \left(\frac{y}{c}\right)^2 + \left(\frac{z}{2c}\right)^2 \leq 1$$

- (b) (3점) 다음 벡터장의 발산함수를 구하여라.

$$F(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}(x, y, z)$$

Quiz 3 모범답안 및 채점기준 예시

1. 푸비니 정리에 의해서

$$\int_0^1 \int_y^1 x^2 e^{xy} dx dy = \int_0^1 \int_0^x x^2 e^{xy} dy dx \quad (4점)$$

계산을 통해 구하려는 적분 값이 $\frac{e-2}{2}$ 임을 알 수 있다. (7점)

$$\begin{aligned} 2. & \iiint_R \frac{8z}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz \\ &= \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{-\sin \varphi \sin \theta} \frac{8\rho \cos \varphi}{\rho^2} \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi d\theta \quad (4점) \\ &= \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \sin^3 \varphi \cos \varphi \sin^2 \theta d\varphi d\theta = \frac{\pi}{2}. \quad (7점) \end{aligned}$$

3. (a) 함수 $G(x, y) = (x+1, cy, 2cz)$ 에 의해서 단위구는 주어진 타원체가 된다. 치환적분법을 쓰면 $c = \sqrt{3}$ 임을 알 수 있다. (3점)

- (b) 발산함수의 정의에 의해서

$$\operatorname{div} F = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} \right)$$

이다. 직접계산을 하면 0이 된다. (3점)

((a),(b) 모두 부분점수 없음)