

2016년 여름학기 수학 및 연습 2 001 강좌 첫 번째 퀴즈

6월 29일(수) 12:30-12:50

- ⊙ 시험시간 = 20분, 총점 = 20점.
- ⊙ 모든 답안에 가능한 자세히 풀이 과정을 적으시오.

1. (10점) 함수 $g : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ 가 다음과 같이 주어져 있다.

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{y \sin(5x^2)}{\sin(x^2 + y^2)}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

다음 물음에 각각 답하시오.

- (a) (5점) 벡터 $\mathbf{v} = (2, 1)$ 에 대하여 $(0, 0)$ 에서 g 의 \mathbf{v} -방향미분계수를 구하시오.
 - (b) (5점) $(0, 0)$ 에서 함수 g 는 미분가능한지 아닌지 판별하고 그 이유를 밝히시오.
2. (5점) \mathbb{R}^3 에서 정의된 함수 $f(x, y, z) = x^2y + xy^2 - \sin(x + z)$ 와 점 $P = (\pi, \pi, \pi)$ 를 생각하자. 이 때 $f(P)$ -등위면 위의 점 P 에서 접평면의 방정식을 구하시오.
3. (5점) $f(u, v) = v \log u + e^{uv}$, $u = y \cos x$, $v = x \sin y$ 일 때, $(x, y) = (0, 1)$ 에서 f 의 x 방향과 y 방향에 대한 미분계수를 구하시오.

Quiz 1 모범답안 및 채점기준 예시

1. (a) 정의대로 계산하면

$$\begin{aligned} D_{\mathbf{v}} g(0, 0) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{g((0, 0) + t(2, 1)) - g(0, 0)}{t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \frac{t \sin 20t^2}{\sin 5t^2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

을 얻는다.

(5점)

- (b) 마찬가지로 방법으로

$$D_1 g(0, 0) = 0, \quad D_2 g(0, 0) = 0$$

을 얻을 수 있다. 그런데, $D_{\mathbf{v}} g(0, 0) = 4 \neq 0 = \text{grad } g(0, 0) \cdot \mathbf{v}$ 이므로 g 는 $(0, 0)$ 에서 미분가능하지 않다. (5점)

2. $\text{grad} f(P) = (3\pi^2 - 1, 3\pi^2, -1)$ 은 점 P 에서 $f(P)$ -등위면에 수직하므로(3점), 접평면의 방정식은 $(3\pi^2 - 1)(x - \pi) + 3\pi^2(y - \pi) - (z - \pi) = 0$ 이다. (2점)

3. $(x, y) = (0, 1)$ 일 때 $(u, v) = (1, 0)$ 이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} \\ &= \left(\frac{v}{u} + ve^{uv} \right) (-y \sin x) + (\log u + ue^{uv}) \sin y = \sin 1 \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} \\ &= \left(\frac{v}{u} + ve^{uv} \right) \cos x + (\log u + ue^{uv}) x \cos y = 0 \end{aligned}$$

(x 방향, y 방향 미분계수 중 하나만 맞으면 3점, 모두 맞으면 5점.)