

Quiz 3

[고급수학 및 연습 1 (003) - 2017학년도 1학기]

(제한시간: 20분, 만점: 20점)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성 시 풀이과정을 명시하시오.

1. \mathbb{R}^3 위의 평면 $\pi : x + y + z = 0$ 와 직선 $l(t) = t(1, 2, 0)$ ($t \in \mathbb{R}$)이 주어져 있을 때 다음 물음에 답하시오.

(a) (3점) \mathbb{R}^3 의 점 X 를 평면 π 에 정사영하는 사상 $L_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 과, \mathbb{R}^3 의 점 X 를 직선 l 에 대해 대칭시키는 사상 $L_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 가 선형사상임을 보이시오.

(b) (4점) L_1, L_2 에 해당하는 행렬 A_1, A_2 를 구하시오.

(c) (3점) \mathbb{R}^3 의 점 X 를 평면 π 에 정사영한 뒤, 그 점을 다시 직선 l 에 대해 대칭시킨 점을 Y 라 하자. 사상 $L_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 가 $L_3X = Y$ 로 주어졌을 때, L_3 에 해당하는 행렬을 A_1, A_2 로 나타내시오.

2. 다음 물음에 답하여라.

(a) (5점) 자연수 n 에 대해 a_1, a_2, \dots, a_n 이 서로 다른 실수일 때, n 개의 벡터 $(1, a_1, a_1^2, \dots, a_1^{n-1}), (1, a_2, a_2^2, \dots, a_2^{n-1}), \dots, (1, a_n, a_n^2, \dots, a_n^{n-1})$ 이 일차독립임을 증명하시오.

(b) (5점) 주어진 $n \times n$ 행렬 A 와 영벡터가 아닌 n 개의 n -벡터 v_1, \dots, v_n 이 서로 다른 실수 a_1, a_2, \dots, a_n 에 대해

$$Av_i = a_i v_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

을 만족할 때, v_1, \dots, v_n 이 일차독립임을 증명하시오.