Quiz 1

[고급수학 및 연습 2 (003) - 2017학년도 1학기]

(제한시간: 20분, 만점: 20점)

* 답안지에 학번과 이름을 쓰시오. 답안 작성 시 풀이과정을 명시하시오.

1. 수열 $\{a_n\}_{n \geq 1}$이 다음과 같이 주어져 있을 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 수렴 혹은 발산 여부를 확인하시오.

   (a) (4점) $a_n = \dfrac{1}{3n^2 - 20}$

   (b) (4점) $a_n = \left(\dfrac{1}{n} - 1\right)^n$

2. (6점) 다음 급수가 수렴함을 증명하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad a_n = \begin{cases} \dfrac{2}{n}, & n\text{은 } 3\text{의 배수} \\ -\dfrac{1}{n}, & n\text{은 } 3\text{의 배수가 아닌 자연수} \end{cases}$$

3. (a) (3점) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$의 그래프를 이용하여 임의의 자연수 n에 대해

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n} - 2 < \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

   임을 확인하시오.

   (b) (3점) 위의 결과를 사용하여 극한값

$$\delta := \lim_{n \to \infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n} \right)$$

   이 존재함을 보여라.